

而且也发现右式的 $1, i, j, k$ 前的系数平方的和恰好等于 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(a^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2)$ ，因此这四元数真的是满足“模法则”。

四元数在近代数学是一个很重要的数学系数，在这上面像实数域和复数域那样可以施行加、减、乘、除的运算，但是乘法却不是可易 (Commutative)，如 $ij \neq ji$ 。

哈密尔顿的工作方式

哈密尔顿一生献给科学，他为人谦虚和专一，并不太重视他的科学成果给他带来的荣誉。他曾经这么说：“我长久以来很欣赏托勒密 (Ptolemy 希腊天文学家) 对他的伟大的天文导师希巴宙斯 (Hipparchus) 的描写：勤劳和爱真理的人。我希望这几个字可以作为我的墓志铭。”

哈密尔顿娶的妻子是非常纤弱，常常生病，从来做不了什么家务事，而他请的佣人也不是什么很勤勉的人。他结婚后，吃饭不定时，有时连饭也没吃，而哈密尔顿习惯工作 10-14 小时，有时没有饭吃，就以酒当作饮料来喝，长久下去哈密尔顿对酒上瘾中了酒精毒，变成了“酒鬼”。

酒精对哈密尔顿身体损害很大，他尝试要戒可是却戒不掉。他如果不嗜酒，或许可以生活得更健康，能工作得更好，可惜一旦变成酒鬼，就难以自拔。

他的工作房间就像一个猪寮，肮里肮脏。哈密尔顿只会生活在抽象的数学天地，不懂得要把自己的研究环境弄得清洁些。而他的佣人也从来没有进入他的工作房收拾，外人很难想像他是怎么样工作的。

他的儿子回忆他有时走路想到问题没有带纸，就写在手指甲上，吃早餐时把公式写在鸡蛋壳上。